

Perguntas de exames de qualificação

Geometria Diferencial

Cursos regulares que normalmente engloba:

- Geometria Riemanniana
- Geometria das Subvariedades
- Geometria Simplética
- Teoria de Lie

Perguntas:

- Fale sobre o cut-locus em variedades compactas.
- Fale sobre o Teorema de Synge-Weinstein. O Teorema continua verdadeiro enfraquecendo hipóteses? Enuncie o corolário de Synge.
- Como saber se uma variedade é orientável a partir de um grupo de isometrias agindo sobre ela?
- Enuncie o Teorema de Hopf-Rinow. Todas as condições são equivalentes? Dê contra exemplo se não forem.
- Fale sobre campos de Jacobi e pontos conjugados. Qual a relação deles com a aplicação exponencial?
- Fale tudo o sabe sobre a esfera (completude, curvatura constante, geodésicas, etc)
- Enuncie e prove o Teorema de Bonnet-Myers.
- Fale sobre espaços com curvatura constante. Qual o significado geométrico da aplicação de Cartan?
- Fale sobre variedades Riemannianas com curvatura positiva.
- Fale sobre métricas bi-invariantes em grupos de Lie. Que propriedades tem uma tal métrica?
- Considere $A = S^3 \subset \mathbb{R}^4$ e $B = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4; x_1^2 + x_2^2 = c_1 \text{ e } x_3^2 + x_4^2 = c_2\}$. Topologicamente, o que você obtém com $A \cap B$? Parametrize $A \cap B$. Qual é a curvatura intrínseca dessa variedade? Qual a curvatura extrínseca?
- Se M é variedade Riemanniana compacta com $\sec(M) > 0$, o que se pode dizer da cardinalidade do grupo fundamental de M ?
- O que você pode dizer sobre a existência de uma geodésica fechada numa variedade compacta com curvatura negativa? Nessas mesmas condições, o que se pode dizer sobre a quantidade de geodésicas fechadas? E em relação à unicidade (numa classe de homotopia)?
- Fale sobre rigidez isométrica.
- Seja M uma variedade Riemanniana compacta redutível de dimensão 4 tal que $\sec(M) \neq 0$. É possível dizer quem é a variedade M topologicamente?
- Seja Σ uma superfície compacta com uma métrica Riemanniana tal que $\sec(\Sigma) = -1$. Seja $c > 0$ tal que toda geodésica fechada em Σ tenha comprimento pelo menos c . O que se pode dizer do volume de Σ em termos da constante c ?

- Porque o modelo $(\mathbb{R}^{2n}, \omega_{\text{can}})$ é importante em geometria simplética?
- Defina subvariedades lagrangeanas e dê exemplos. Fale sobre o Teorema da Vizinhança Lagrangeana e dê aplicações.
- O que é o método de Moser? Dê aplicações.
- Existe variedade complexa que não possa ser simplética?
- Existe uma curva complexa compacta em \mathbb{C}^n ?
- Enuncie e dê uma idéia da prova do Teorema de Redução de Marsden-Weinstein. Como obter $(S^2, \omega_{\text{área}})$ como redução simplética?
- Classifique todas as variedades simpléticas compactas de dimensão 2.
- Dê exemplo de uma ação fracamente hamiltoniana. O que acontece se o grupo for compacto?
- Dê exemplos de subvariedades lagrangeanas compactas em \mathbb{R}^{2n} . Uma variedade simplética exata pode admitir uma subvariedade simplética compacta?
- Explique porque as órbitas da ação coadjunta de um grupo de Lie tem estrutura simplética. Dê exemplos de órbitas coadjuntas. Explique como é possível obter órbitas coadjuntas como redução simplética.
- Obtenha o espaço projetivo $\mathbb{C}\mathbb{P}^n$ como redução simplética de duas maneiras distintas.
- Fale sobre a relação entre grupos de Lie e álgebras de Lie.
- Prove que um grupo de Lie admite uma forma de volume invariante à esquerda. Prove que grupos de Lie compactos admitem métricas bi-invariantes.
-